

1

ASAL SAYILAR

1 ve kendisinden başka böleri olmayan sayılardır.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

En küçük asal sayı $\Rightarrow 2$

Bir tane çift asal sayı vardır $\Rightarrow 2$

ÖRNEK 8 a, b, c asal sayılardır.

$$a + 3b + 5c = 53 \text{ ise } a + b + c = ?$$

$$a + 3 \cdot b + 5 \cdot c = 53$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 37 & + & 2 & + & 2 & = & \underline{\underline{41}} \end{array}$$

ARALARINDA ASAL SAYILAR

Ortak böleri sadece 1 olmalı.

1 ve 5
aralarında
asal

4 ve 5
aralarında
asal

8 ve 9
aralarında
asal

4 5 6
aralarında
asal

* Asal sayılar aralarında asaldır.

* 1 ile tüm pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

* Ardışık pozitif doğal sayılar aralarında asaldır.

1 ve 2
aralarında asal

2 ve 3
aralarında asal

7, 8, 9, 10
aralarında asaldır

ÖRNEK 8 x ve y doğal sayılardır.

$$x^2 - y^2 = 37 \text{ ise } x = ?$$

$$\underline{(x+y)} \cdot \underline{(x-y)} = 37$$

$$37 \cdot 1$$

$$x + y = 37$$

$$x - y = 1$$

$$2x = 38$$

$$\underline{\underline{x = 19}}$$

ÖRNEK 8 18. $x = y^2$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x, y \in \mathbb{Z}$ ise $x + y = E.K. ?$

$$\begin{array}{r} 18 \ 2 \\ 9 \ 3 \\ 3 \ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$3^2 \cdot 2^1 \cdot x = y^2$$

$$3^2 \cdot 2^2 = y^2$$

$$6^2 = y^2$$

$$6 = y$$

$$6 = -6$$

$$x = 2$$

$$-6 + 2 =$$

$$\underline{\underline{-4}}$$

ÖRNEK 8 x ve y aralarında asal sayılardır.

$$\frac{4x+1}{5y+2} = \frac{1}{2} \text{ ise } x \cdot y = ?$$

$$\frac{4x+1}{5y+2} \neq \frac{1}{2}$$

$$8x = 5y$$

$$8x+2 = 5y+2$$

$$\begin{matrix} x=5 \\ y=8 \end{matrix} > \underline{\underline{40}}$$

ÖRNEK 9 $24 \cdot x = y^3$ $x, y \neq 0$ ise $x+y = E.V.$?

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$2^3 \cdot 3^1 \cdot x = y^3$$

$$2^3 \cdot 3^3 = y^3$$

$$x = 3^2$$

$$6^3 = y^3$$

$$y = 6$$

$$9 + 6 = \underline{\underline{15}}$$

ÖRNEK 10 x ve y aralarında asal sayıdır.

$$\frac{4x+3}{5y+2} = \frac{3}{2} \text{ ise } x \cdot y = ?$$

$$\frac{4x+3}{5y+2} \neq \frac{3}{2}$$

$$8x = 15y$$

$$8x+6 = 15y+6$$

$$\begin{matrix} x=15 \\ y=8 \end{matrix} \cdot \underline{\underline{120}}$$

ÖRNEK 11 x ve y aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$\frac{3x-5y}{2x+3y} = \frac{3}{5} \text{ ise } x \cdot y = ?$$

$$\frac{3x-5y}{2x+3y} \neq \frac{3}{5}$$

$$3x = 34y$$

$$15x - 25y = 12x + 9y$$

$$\begin{matrix} x=34 \\ y=3 \end{matrix} \cdot \underline{\underline{102}}$$

$$3x = 34y$$

NOT: a ile b aralarında asal
x ile y aralarında asal

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y} \quad a=x \quad b=y$$

ÖRNEK: $4x+3$ ile $5y+2$ aralarında asaldır.

$$\frac{4x+3}{5y+2} = \frac{30}{22} \quad \text{ise } x, y = ?$$

$$\frac{4x+3}{5y+2} = \frac{30}{22} \quad 4x+3=15 \quad 5y+2=22$$

$$x=3 \quad y=4$$

$$\underline{\underline{12}}$$

ÖRNEK: $4x-y$ ile $x+y$ aralarında asal sayılardır.

$$\frac{4x-y}{x+y} = \frac{14}{16} \quad \text{ise } x-y = ?$$

$$\frac{4x-y}{x+y} = \frac{14}{16} \quad 4x-y=7 \quad x+y=8$$

$$x+y=8 \quad 3+y=8$$

$$5x=15 \quad x=3 \quad y=5$$

$$\underline{\underline{-2}}$$

Bir Doğal Sayının Tam Bölenleri

A doğal sayısını asal çarpanlara ayırma metoduyla kullandığımızda

$$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$$

- 1) Asal çarpanları (asal bölenleri) = a, b, c
- 2) Pozitif bölen sayısı (pbs) = $(x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$
- 3) Negatif bölen sayısı (nbs) = $(x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$
- 4) Tam bölen sayısı (tbs) = $2 \cdot (pbs)$
- 5) Asal olmayan pozitif bölen sayısı = $pbs - \{a, b, c\} \Rightarrow pbs - 3$
- 6) Asal olmayan negatif bölen sayısı = (nbs)
- 7) Asal olmayan tam sayı bölen sayısı = $(tbs) - \{a, b, c\} \Rightarrow (tbs) - 3$

Sol

ÖRNEK 8 240 sayısının

a) pbs = ?
blasal olmayan pbs = ?

$$\begin{array}{r|l}
 240 & 2 \\
 120 & 2 \\
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & 2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\
 & (2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \\
 & 5 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{20}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & 20 - \{2, 3, 5\} \\
 & 20 - 3 \\
 & = \underline{\underline{17}}
 \end{aligned}$$

ÖRNEK 9 1200 sayısının

a) pbs = ?
b) +sb = ?

$$\begin{array}{r|l}
 1200 & 2 \\
 600 & 2 \\
 300 & 2 \\
 150 & 2 \\
 75 & 3 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & 2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \\
 & (2+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1) \\
 & 5 \cdot 2 \cdot 3 \\
 & = \underline{\underline{30}}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } 2 \cdot 30 = \underline{\underline{60}}$$

ÖRNEK 3 14^{2n} sayısının

asal olmayan pozitif bölen sayısı 623 tür

$n = ?$

$$\begin{array}{r|l}
 14 & 2 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$7^{2n} \cdot 2^{2n}$$

$$\begin{aligned}
 \text{pbs} - \{7, 2\} &= 623 \rightarrow \frac{(2n+1)}{25} \cdot \frac{(2n+1)}{25} = 625 \\
 \text{pbs} - 2 &= 623 \\
 \text{pbs} &= 625
 \end{aligned}$$

$$n = \underline{\underline{12}}$$

ÖRNEK 8 $18 \cdot 20^x$ sayısının

asal olmayan pozitif bölen sayısı 147 ise $x = ?$

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 20 & 2 \\
 10 & 2 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$3^2 \cdot 2^1 \cdot 2^{2x} \cdot 5^x$$

$$2^{2x+1} \cdot 3^n \cdot 5^x$$

$$\begin{aligned}
 \text{pbs} - \{2, 3, 5\} &= 147 \\
 \text{pbs} &= 150
 \end{aligned}$$

$$(2x+2) \cdot (2+1) \cdot (x+1) = 150$$

$$(2x+2) \cdot 3 \cdot (x+1) = 150$$

$$2(x+1) \cdot (x+1) = 50$$

$$\begin{aligned}
 (x+1) \cdot (x+1) &= 25 \\
 \underbrace{\quad}_5 \cdot \underbrace{\quad}_5 &= 25
 \end{aligned}$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

NOT: $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ asal çarpımlarına ayrıldı.

- 1) Pozitif tam sayı bölenlerinin toplamı $\Rightarrow T = \frac{a^{x+1}-1}{a-1} \cdot \frac{b^{y+1}-1}{b-1} \cdot \frac{c^{z+1}-1}{c-1}$
- 2) Negatif tam sayı bölenlerinin toplamı $\Rightarrow -T$
- 3) Tam sayı bölenlerinin toplamı $= 0$
- 4) Asal olmayan pozitif bölen toplamı $= T - \{a+b+c\}$
- 5) Asal olmayan negatif bölen toplamı $= -T$

ÖRNEK: 120 sayısının

- a) Pozitif bölenlerinin toplamı
- b) Negatif bölenlerinin toplamı
- c) Tam sayı bölenlerinin toplamı
- d) Asal çarpımlarının toplamı
- e) Asal olmayan pozitif bölenlerinin toplamı
- f) Asal olmayan tam sayı bölenlerinin toplamı

a) $120 \begin{array}{l} | 2 \\ 60 | 2 \\ 30 | 2 \\ 15 | 3 \\ 5 | 5 \\ 1 \end{array}$ $pbs = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ b) -360 e) $360 - \{2+3+5\} = 35$

$\frac{2^{3+1}-1}{2-1} \cdot \frac{3^{1+1}-1}{3-1} \cdot \frac{5^{1+1}-1}{5-1}$ c) 0 f) $0 - \{2+3+5\} = -10$

$2-1 \quad 3-1 \quad 5-1$ d) $2+3+5 = 10$

$15 \cdot 4 \cdot 6 = 360$

NOT: $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$

- 1) Pozitif çift tam sayı bölen sayısı \Rightarrow Tabanı 2 olan çarpanın derecesini aynı alıp diğer dereceleri 1'er artırıp çarparak bulunur.
- 2) Pozitif tek tam sayı bölen sayısı \Rightarrow Tabanı 2 olan çarpan alınmaz. Diğerlerinin üssü 1'er artırılarak çarpılır.

ÖRNEK: 240 sayısının

- a) Pozitif çift tam sayı derecesi
- b) Pozitif tek tam sayı böleni

a) $240 \begin{array}{l} | 2 \\ 120 | 2 \\ 60 | 2 \\ 30 | 2 \\ 15 | 3 \\ 5 | 5 \\ 1 \end{array}$ $2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ b) $2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

$1 \cdot (1+1) \cdot (1+1)$ $(1+1) \cdot (1+1)$

$1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$ $= 4$

ÖRNEK 8 a, b, a-b birer asal sayı a.b = E.L. ?

a - b = Asal Sayı

5 - 2 = 3 ⇒ 5.2 = 10

ÖRNEK 8 168 in pozitif bölen sayısı kaçtır?

| | | | |
|-----|--|---|--|
| 168 | | 2 | 2 ³ . 3 ¹ . 7 ¹ |
| 84 | | 2 | |
| 42 | | 2 | (3+1) . (1+1) . (1+1) |
| 21 | | 3 | |
| 7 | | 7 | 4 . 2 . 2 = <u>16</u> |
| 1 | | | |

ÖRNEK 8 255'in tam sayı bölen sayısı kaçtır?

| | | | |
|-----|--|----|---|
| 255 | | 3 | 3 ¹ . 5 ¹ . 17 ¹ |
| 85 | | 5 | |
| 17 | | 17 | 2 . (1+1) . (1+1) . (1+1) = <u>16</u> |
| 1 | | | |

ÖRNEK 8 84'in pozitif tam sayı bölenlerinin toplamı kaçtır?

| | | | | |
|----|--|---|--|---|
| 84 | | 2 | 2 ² . 3 ¹ . 7 ¹ | $\frac{2^{2+1}-1}{2-1} \cdot \frac{3^{1+1}-1}{3-1} \cdot \frac{7^{1+1}-1}{7-1}$ |
| 42 | | 2 | | $\frac{2-1}{2-1} \cdot \frac{3-1}{3-1} \cdot \frac{7-1}{7-1}$ |
| 21 | | 3 | | |
| 7 | | 7 | | 7 . 4 . 8 = <u>392</u> |
| 1 | | | | |

ÖRNEK 8 270 sayısının asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

| | | | |
|-----|--|---|--|
| 270 | | 2 | 2 ¹ . 3 ³ . 5 ¹ |
| 135 | | 3 | |
| 45 | | 3 | 2 + 3 + 5 = <u>10</u> |
| 15 | | 3 | |
| 5 | | 5 | |
| 1 | | | |

ÖRNEK 8 90 sayısının doğal sayı bölenlerinin kaç tanesi tekler?

| | | | |
|----|--|---|--|
| 90 | | 2 | 2 ¹ . 3 ² . 5 ¹ |
| 45 | | 3 | |
| 15 | | 3 | (2+1) . (1+1) |
| 5 | | 5 | 3 . 2 = <u>6</u> |
| 1 | | | |